ejercicio 1 (seccion 10.1, algebra lineal Kollman ed.8, por luis alejandro santamaria rojas(luis_santa_@hotmail.com)); ¿cuales de las siguientes son transformaciones lineales?.

- a) $L(x,y) = (x+y, x-y)$
- b) $L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x+1 \\ y-z \end{bmatrix}$
- c) $L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

a) verificamos las dos propiedades para corrovorar o refutar si es transformacion lineal las cuales son $L(u+v) = L(u) + L(v)$ y $Lk(u) = kL(u)$.

$$\begin{aligned} L(u+v) &= L(u) + L(v) \\ L((x,y)+(x_1,y_1)) &= L(x,y) + L(x_1,y_1) \\ L((x+x_1, y+y_1)) &= (x+y, x-y) + (x_1+y_1, x_1-y_1) \\ ((x+x_1+y+y_1, x+x_1-y-y_1)) &= (x+x_1+y+y_1, x+x_1-y-y_1) \end{aligned}$$

si se cumple

$$\begin{aligned} Lk(u) &= kL(u) \\ L(ku) &= kL(x,y) \\ L(kx,ky) &= k(x+y, x-y) \\ (k(x+y), k(x-y)) &= (k(x+y), k(x-y)) \end{aligned}$$

si cumple por en cuanto decimos que es transformacion lineal

b) realizamos los mismos dos pasos del punto a con el caso expuesto en el punto b.

$$L\left(\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) + \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}\right)\right) = L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) + L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}\right)$$

$$L\left(\left(\begin{bmatrix} x+x_1 \\ y+y_1 \\ z+z_1 \end{bmatrix}\right)\right) = \left(\begin{bmatrix} x+1 \\ y-z \end{bmatrix}\right) + \left(\begin{bmatrix} x_1+1 \\ y_1-z_1 \end{bmatrix}\right)$$

$$\left(\begin{bmatrix} (x+1)+(x_1+1) \\ (y-z)+(y_1-z_1) \end{bmatrix}\right) = \left(\begin{bmatrix} x+x_1+2 \\ y+y_1-z-z_1 \end{bmatrix}\right)$$

$$\left(\begin{bmatrix} x+x_1+2 \\ y+y_1-z-z_1 \end{bmatrix}\right) = \left(\begin{bmatrix} x+x_1+2 \\ y+y_1-z-z_1 \end{bmatrix}\right)$$

a pesar de que si tengamos una igualdad resuelta es sistema dado no es transformacion lineal ya que el resutado

de la suma de valores la base no nos propone otro valor que este en el mismo, siendo asi que esta no sea una transformacion lineal.

c) realizamos los mismos dos pasos del punto a con el caso expuesto en el punto c.

$$L\left(\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right)+\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}\right)\right)=L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right)+L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}\right)$$

$$L\left(\begin{bmatrix} x+x_1 \\ y+y_1 \\ z+z_1 \end{bmatrix}\right)=\left(\begin{bmatrix} x & 2y & 3z \\ -x & 2y & 4z \end{bmatrix}\right)+\left(\begin{bmatrix} x_1 & 2y_1 & 3z_1 \\ -x_1 & 2y_1 & 4z_1 \end{bmatrix}\right)$$

$$\left(\begin{bmatrix} x+x_1 & 2y+2y_1 & 3z+3z_1 \\ -x-x_1 & 2y+2y_1 & 4z+4z_1 \end{bmatrix}\right)=\left(\begin{bmatrix} x+x_1 & 2y+2y_1 & 3z+3z_1 \\ -x-x_1 & 2y+2y_1 & 4z+4z_1 \end{bmatrix}\right)$$

si cumple

$$Lk\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right)=kL\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right)$$

$$L\left(\begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \end{bmatrix}\right)=k\left(\begin{bmatrix} x & 2y & 3z \\ -x & 2y & 4z \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} kx & k(2y) & k(3z) \\ -kx & k(2y) & k(4z) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} kx & k(2y) & k(3z) \\ -kx & k(2y) & k(4z) \end{bmatrix}$$

si cumple por en cuanto es transformacion.